

بسم الله الرحمن الرحيم

**کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها**

ابوالفضل گیلک

**جلسه چهارم – فصل سوم
تست های 1 الی 29
زبان ها و گرامرهای منظم، عبارات منظم**

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 3

تست‌های 1 الی 29

زبان‌ها و گرامرهای منظم، عبارات منظم

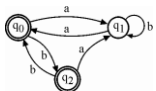
(مهندسی کامپیوتر - 1404)

1- زبان کدام یک از عبارت‌های منظم زیر، با بقیه فرق دارد؟

$$(1) (0+\varepsilon)(1+10)^* \quad (2) (0+\varepsilon)(11+10)^* \quad (3) (1+01)^*(0+\varepsilon) \quad (4) (0+\varepsilon)(11^*0)^*1^*$$

2- ماشین متناهی M به شکل زیر، مفروض است. $L(M)$ معادل زبان تعریف شده توسط کدام مورد است؟ (q_0 حالت اولیه است).

(مهندسی کامپیوتر - 1403)



$$(1) \begin{aligned} S &\rightarrow Sb \mid Ab \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow Sa \mid Ab \end{aligned}$$

$$(2) \begin{aligned} S &\rightarrow Sb \mid aAb \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow Sa \mid bAa \end{aligned}$$

$$(3) \begin{aligned} S &\rightarrow Sb \mid aAaS \mid aAbaS \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow aS \mid bA \end{aligned}$$

$$(4) (aa \mid abab \mid abaab^*a \mid b)^*$$

3- اگر $L_1 = L(0^*1^*) \subseteq \{0,1\}^*$ و $L_2 = \{w_1w_2 \mid w_2w_1 \in L_1\}$. آنگاه L_2 به وسیله کدام یک از عبارات منظم (regular expression) زیر تعریف می‌شود؟

(مهندسی کامپیوتر - 1402)

$$(1) 0^*1^*0^*$$

$$(2) 1^*0^*+0^*1^*$$

$$(3) 1^*0^*1^*$$

$$(4) 1^*0^*1^*$$

(مهندسی کامپیوتر - 1402)

4- عبارت منظم (regular expression) توصیف‌کننده زبان پذیرنده متناهی زیر کدام است؟

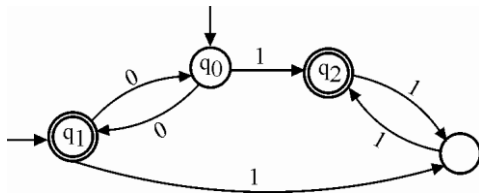
(منظور از ε رشته به طول صفر است.)

$$(1) (00)^*(0+1)(11)^*$$

$$(2) (00)^*(\varepsilon+0+1)(11)^*$$

$$(3) (00)^*(\varepsilon+01)(11)^*$$

$$(4) (00)^*(\varepsilon+0+1+01)(11)^*$$



(مهندسی کامپیوتر - 99)

5- DFA زیر به نام A را در نظر بگیرید، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟a- مکمل $L(A)$ زبانی مستقل از متن است.

$$b- L(A) = L((11^*0+0)(0+1)^*0^*1^*)$$

c- برای زبان پذیرفته شده به وسیله A، یک DFA کمینه است.

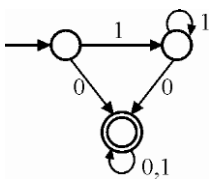
d- A همه رشته‌های تعریف شده روی $\{0,1\}$ به طول حداقل 2 را می‌پذیرد.

(4) تنها c و d

(3) تنها b و d

(2) تنها b و c

(1) تنها a و c



(مهندسی کامپیوتر - 98)

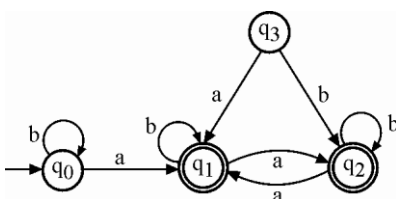
6- زبان پذیرنده متناهی قطعی (DFA) زیر، توسط کدام عبارت منظم تعریف می‌شود؟

$$(1) (a+b)^*$$

$$(2) b^*a(a+b)^*$$

$$(3) b^*ab^*ab^*$$

$$(4) b^*ab^*ab^*ab^*$$

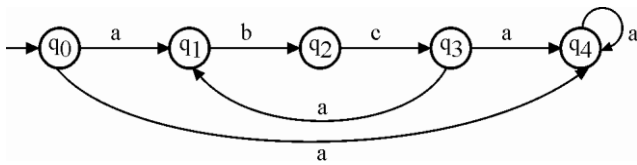


7- کدام عبارت منظم بیانگر زبانی منظم است و رشته‌هایی را که با 00 یا 11 شروع یا پایان می‌یابند، می‌پذیرد؟ (مهندسی کامپیوتر - 97)

$$(1) (00+11)(0+1)^*(00+11) \quad (2) [00(0+1)^*11] + [11(0+1)^*00]$$

$$(3) [(00+11)(0+1)^*] + [(0+1)^*(00+11)] \quad (4) [(00+11)(0+1)^+] + [(0+1)^+(00+11)]$$

8- اگر عبارت منظم ماشین زیر $a^*(abc)^*$ باشد، کدام حالت ماشین پذیرش است؟ (مهندسی کامپیوتر - 96)



- (1) q_4
(2) q_4, q_0
(3) q_4, q_3
(4) q_4, q_3, q_0

9- ماشین متناهی M و زبان‌های L_1 تا L_4 به صورت زیر تعریف شده‌اند. با توجه به این تعاریف کدام گزینه صحیح است؟

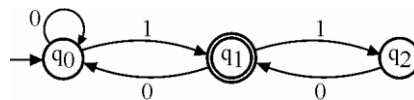
(مهندسی کامپیوتر - 95)

$$L_1 = L(0^*1(10)^*(00^*1(10)^*)^*)$$

$$L_2 = L((0+1(10)^*0)^*1)$$

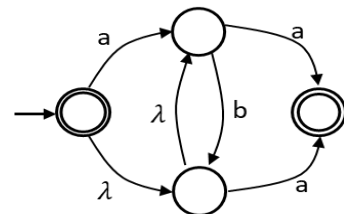
$$L_3 = L(0^*1(10+00^*1)^*)$$

$$L_4 = L(0^*(1(10)^*0)^*1(10)^*)$$



- (1) $L_3 = L(M), L_1 \neq L(M)$ (2) $L_2 \subset L(M), L_4 = L(M)$ (3) $L_1 = L(M), L_4 \subset L(M)$ (4) $L_3 = L_4 = L(M)$

10- زبان آتوماتون زیر با کدام عبارت منظم، توصیف می‌شود؟ (علوم کامپیوتر - 95)



- (1) $\lambda + ab^*a$
(2) $ab^*a + b^*a$
(3) $a + ab^*a$
(4) $\lambda + (a+\lambda)b^*a$

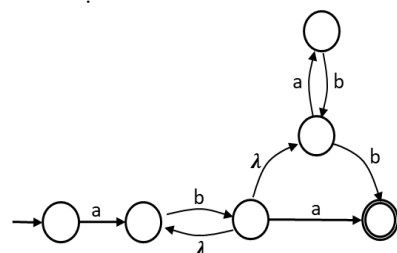
11- حداقل تعداد حالات متناهی آتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش زبان مربوط به عبارت منظم زیر، چقدر است؟

(علوم کامپیوتر - 95)

$$aabba + baba + (a+b)ab^+a$$

- (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 15

12- آتوماتون غیرقطعی زیر معادل با کدام یک از عبارات منظم است؟ (علوم کامپیوتر - 94)



- (1) $abb^*((a+b)^*b+b^*a)$
(2) $abb^*((ab)^*b+a)$
(3) $ab^*((ab)^*b+b^*a)$
(4) $ab^*((a+b)^*b+a)$

13- گرامر منظم G با k قاعده تولید مفروض است. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 94)

- (1) یک اتوماتون متناهی قطعی با حداکثر $k+1$ حالت وجود دارد که زبان آن با $L(G)$ برابر باشد.
- (2) تعداد حالات هر اتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش $L(G)$ حداقل k است.
- (3) یک اتوماتون متناهی قطعی با کمتر از k حالت وجود دارد که زبان آن با $L(G)$ برابر است.
- (4) هیچ ارتباطی بین تعداد حالت اتوماتون متناهی قطعی کمینه برای $L(G)$ و k وجود ندارد.

(مهندسی کامپیوتر - 93)

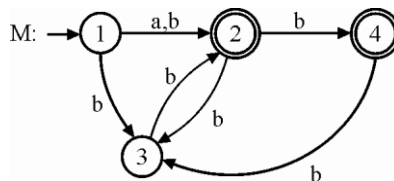
14- گرامر G ، ماشین M و عبارت منظم R با تعاریف زیر مفروضند. کدام گزینه صحیح است؟

$$R = (a|b)(bb|b)^*$$

$$G : S \rightarrow aAB \mid bAb$$

$$A \rightarrow bbA \mid b \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow bB \mid bAB \mid \varepsilon$$



$$L(M) \neq L(R) \neq L(G) \quad (2)$$

$$L(G) \neq L(R), L(M) \neq L(R) \quad (4)$$

$$L(G) = L(M) = L(R) \quad (1)$$

$$L(G) \neq L(R), L(G) \neq L(M) \quad (3)$$

15- زبان $L \subseteq \{0,1\}^*$ دقیقاً شامل تمام کلماتی از $\{0,1\}^*$ است که تعداد زوجی صفر در آن‌ها ظاهر می‌شود، کدام یک از عبارات زیر با L را توصیف می‌کند؟ (علوم کامپیوتر - 93)

(4) هر سه مورد

$$1^*(01^*01^*)^* \quad (3)$$

$$(1^*01^*01^*)^* \quad (2)$$

$$1^*(01^*0)^*1^* \quad (1)$$

(علوم کامپیوتر - 92)

16- یک از عبارات منظم زیر، زبان تمام رشته‌هایی در $\{0,1\}^*$ است که طول آن‌ها مضربی از 3 باشد؟

$$((0+1)(0+1)(0+1))^* \quad (2)$$

$$(0+1+00+11+010+101)^* \quad (4)$$

$$(000+111)^* \quad (1)$$

$$(0+1+00+11+010+110)^* \quad (3)$$

(علوم کامپیوتر - 92)

17- برای سه زبان داده شده L_1 ، L_2 و L_3 داریم $L_1 = L_2 \cup L_3$. اگر $\lambda \notin L_3$ ، کدام گزینه درست است؟

$$L_1 = (L_2 \cup L_3)^* \quad (4)$$

$$L_1 = L_3^* L_2 \quad (3)$$

$$L_3^* = (L_1 L_2)^* \quad (2)$$

$$L_1^* = (L_2 L_3)^* \quad (1)$$

18- فرض کنید $A = \{0\}$ و $B = \{\lambda, 1, 10\}$ دو زبان در $\{0,1\}^*$ باشند. در معادله $X = A \cup XB$ برای زبان مجهول $X \subseteq \{0,1\}^*$ کدام گزاره صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 87)

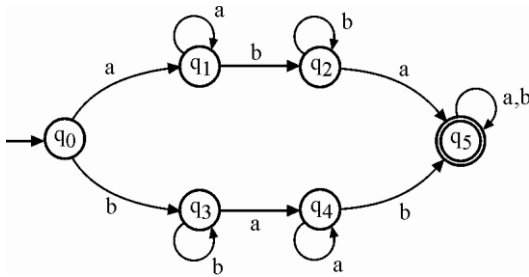
$$X = AB^* \quad (1)$$

$$X = B^* A \quad (2)$$

$$X = B^* (A \cap C), C \subseteq \{0,1\}^* \quad (3)$$

$$X = (A \cup C)B^*, C \subseteq \{0,1\}^* \quad (4)$$

(مهندسی کامپیوتر - 90)



19- ماشین مقابل چه زبانی را معرفی می‌کند؟

- (1) رشته‌هایی به صورت $(a+b)^*(abba+baab)(a+b)^*$
- (2) تمام رشته‌هایی که هم شامل زیر رشته ab و هم زیر رشته ba هستند.
- (3) رشته‌هایی که با a شروع می‌شوند و تناوبی ab دارند یا رشته‌هایی که با b شروع می‌شوند و تناوبی ba دارند.
- (4) رشته‌هایی که به صورت $\bar{w}(a+b)^* + w(a+b)^*$ ، $\bar{w}$ همان w است که هر a با b و هر b با a جایگزین شده است.

(علوم کامپیوتر - 91)

20- کدام عبارت منظم معکوس زبان $(0^*+1)10^*$ را توصیف می‌کند؟

- (1) 0^*1+110^*
- (2) $0^*11+0^*10^*$
- (3) $0^*10^*+110^*$
- (4) $10^*(1+0^*)$

(علوم کامپیوتر - 90)

21- تعداد حالات DFA مینمال برای عبارت منظم زیر چیست؟

$$L = (b^* \cup b^*ab^* \cup b^*ab^*aa^* \cup (b^*ab^*aa^*b)^*)^*$$

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4

22- عبارت منظم R و گرامرهای G_1, G_2 و G_3 با تعریف زیر مفروضند، اگر زبان R را L بنامیم و L_1, L_2 و L_3 به ترتیب زبان

(مهندسی کامپیوتر - 88)

گرامرهای مذکور باشند، کدام گزاره صحیح است؟

$$R = ((aa|b)^*b)^*a$$

$$G_1 : S \rightarrow bS | aA | aC$$

$$A \rightarrow aS$$

$$C \rightarrow \epsilon$$

$$G_2 : S \rightarrow bS | aA | aC$$

$$A \rightarrow Sa$$

$$C \rightarrow \epsilon$$

$$G_3 : S \rightarrow bS | Aa | C$$

$$A \rightarrow aS$$

$$C \rightarrow a$$

- (1) $L = L_1 = L_2 = L_3$
- (2) $L_1 \neq L_3, L = L_1$
- (3) $L_2 \neq L, L = L_1 = L_3$
- (4) $L_3 \neq L_2, L = L_1 = L_2$

(علوم کامپیوتر - 89)

23- اگر $L_1 = 0^*1^* \subseteq \{0,1\}^*$ باشد و $L_2 = \{w_1w_2 : w_2w_1 \in L_1\}$ آن گاه L_2 کدام است؟

- (1) 1^*0^*
- (2) $0^*1^*0^*$
- (3) $1^*0^*1^*$
- (4) $0^*1^*0^*+1^*0^*1^*$

24- کدام عبارت منظم، مجموعه $\{ \langle n \rangle_2 \mid n \geq 0 \}$ که در آن $\langle n \rangle_2$ نمایش عدد n در مبنای 2 است، را مشخص می‌کند؟

(علوم کامپیوتر - 88)

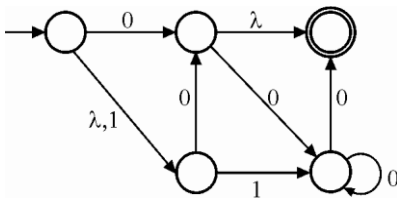
- (1) $(1000)^*+1$
- (2) $1(000)^*1$
- (3) $1(01)^*+10$
- (4) $100(000)^*1+10$

(علوم کامپیوتر - 86)

25- عبارت منظم $11^*0(0+10)^*$ با کدام عبارت داده شده معادل است؟

- (1) $(00^*1)^*+1$
- (2) $(00^+1)^*1$
- (3) $(0^*10)^*1$
- (4) $(0^*11)^*+1$

(علوم کامپیوتر - 84)



26- عبارت منظم متناظر با زبان اتوماتون زیر کدام است؟

(1) $0 + (00 + 1 + 11)0^*$

(2) $0 + (00 + 1 + 11)^* 0^*$

(3) $(00 + 1 + 11)0^*$

(4) $0 + (00 + 1 + 11)00^*$

(مهندسی کامپیوتر - 77)

27- عبارت منظم زیر را در نظر بگیرید:

$$R_1 = b^* a(a+b)^*$$

$$R_2 = (a+b)^* a(a+b)^*$$

$$R_3 = (a^* b^*)^* ab^*$$

$$R_4 = (a+b)^* ab^*$$

$$(1) R_1 \neq R_4 \text{ و } R_1 = R_2 \quad (2) R_1 \neq R_2 \text{ و } R_1 = R_4 \quad (3) R_2 = R_3 \text{ و } R_1 = R_4 \quad (4) R_2 = R_3 \text{ و } R_3 \neq R_4$$

28- یک اتومات متناهی معین (DFA) که پذیرنده عبارت منظم زیر باشد و تعداد حالات آن حداقل باشد چند حالت دارد؟ ε نشانه رشته‌ای به طول صفر است.

(مهندسی کامپیوتر - 83)

$$(0 + 11^* 01^* 0)^* (\varepsilon + 11^* (\varepsilon + 01^*))$$

(4) 2

(3) 3

(2) 4

(1) 5

(علوم کامپیوتر - 82)

29- عبارت منظم معادل مکمل زبان $L = \{a^n b^l \mid n \neq 3k, n, l \geq 0\}$ کدام است؟

(2) $(aaa)^* b^* + b^* a^*$

(1) $(aaa)^* b^*$

(4) $(aaa)^* b^* + a^+ b^+ (a+b)^*$

(3) $(aaa)^* b^* + a^* b^+ a^+ (a+b)^*$

پاسخ‌ها

تست‌های 1 الی 29

فصل 3: زبان‌ها و گرامرهای منظم، عبارات منظم

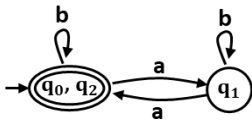
1- گزینه (2) صحیح است.

در گزینه 1 رشته 0111 نیز تولید می‌شود اما در گزینه 2 این رشته تولید نمی‌شود. پس یکی از این دو گزینه جواب است. حالا چون گزینه های 3 و 4 می‌توانند 0111 تولید کنند معلوم است گزینه 2 با سایرین تفاوت دارد.

2- گزینه صحیح وجود ندارد.

(این تست از آزمون حذف شد.)

حالات q_0, q_2 ادغام پذیرند و ماشین داده شده با این ماشین معادل است. در واقع ماشین کمینه معادل با M چنین است:



الفبای b تأثیری در پذیرش رشته‌ها ندارد. رشته‌هایی پذیرفته می‌شوند که تعداد a در آنها زوج باشد.

$$L(M) = \{w \in (a+b)^* \mid n_a(w) \bmod 2 = 0\}$$

در گزینه‌های 1 و 2 رشته a^2 تولید نمی‌شود. در حالیکه $a^2 \in L(M)$. در گزینه 3 رشته $abba$ به دست نمی‌آید در حالیکه $abba \in L(M)$. در گزینه 4، قواعد تولید $A \rightarrow aS$ و $S \rightarrow aAa$ سپس $S \rightarrow \varepsilon$ را به کار بگیریم رشته a^3 تولید می‌شود در حالیکه $a^3 \notin L(M)$.

3- گزینه (1) صحیح است.

اعضای $L_1 = 0^*1^*$ به سه شکل می‌توانند به w_1w_2 تجزیه شوند:

$$\underbrace{000001111}_{w_1} \underbrace{\quad}_{w_2} \Rightarrow w_2w_1 = 001111000$$

$$\underbrace{000001111}_{w_1} \underbrace{\quad}_{w_2} \Rightarrow w_2w_1 = 111100000$$

$$\underbrace{0000011}_{w_1} \underbrace{11}_{w_2} \Rightarrow w_2w_1 = 110000011$$

پس: $L_2 = 0^*1^*0^* + 1^*0^*1^*$ اما $L_2 = 0^*1^*0^* + 1^*0^* + 1^*0^*1^*$ توسط دو عبارت دیگر تولید می‌شود پس $L_2 = 0^*1^*0^* + 1^*0^*1^*$.

4- گزینه (4) صحیح است.

ماشین داده شده همه رشته‌های 0^*1^* را می‌پذیرد. در گزینه 4 همین رشته‌ها بر اساس زوج یا فرد بودن تعداد 0 و 1 ها به چهار دسته تفکیک شده‌اند که اجتماع آنها همه رشته‌های 0^*1^* است. سایر گزینه‌ها هر کدام بخشی از این چهار دسته را شامل نمی‌شوند.

5- گزینه (4) صحیح است.

A ماشین متناهی است پس $L(A)$ منظم است پس مکمل آن هم منظم است و در نتیجه مستقل از متن است. پس گزاره (a) درست است. ماشین A با عبارت منظم $(11^*0+0)(0+1)^*$ معادل است.

از طرفی $0^*1^*(0+1)^*$ با $(0+1)^*$ معادل است پس گزاره (b) نیز درست است.

در ماشین A حالات غیرنهایی با هم ادغام‌پذیرند پس A کمینه نیست؛ پس گزاره (c) نادرست است. ماشین A رشته 11 را نمی‌پذیرد پس گزاره (d) نادرست است. نتیجه: فقط گزاره‌های c و d نادرستند.

6- گزینه (2) صحیح است.

حالت q_3 غیر قابل دسترس است حذف می‌شود. حالات q_1, q_2 ادغام پذیرند. عبارت منظم معادل با ماشین $b^*a(a+b)^*$ است یعنی رشته‌هایی که دستکم یک a دارند.

7- گزینه (3) صحیح است.

جواب باید شامل رشته‌هایی باشد که یا ابتدای آنها $00+11$ باشد یا انتهای آنها $00+11$ باشد.

8- گزینه (4) صحیح است.

ماشین داده شده NFA بدون انتقال λ است.

پس رشته‌هایی مانند اینها باید پذیرفته شوند: $\lambda, abc, (abc)^2, \dots, a, a^2, \dots, (abc)a, (abc)^2a, (abc)^2a^2, \dots$

در این ماشین انتقال λ نداریم پس برای پذیرش λ باید حالت اولیه حالت پذیرش باشد. برای پذیرش $abc, (abc)^2, (abc)^3, \dots$ باید q_3 حالت پذیرش باشد. برای پذیرش $(abc)a^2, (abc)a^3, \dots, a, a^2, a^3, \dots$ باید q_4 حالت پذیرش باشد. پس گزینه ۴ صحیح است. البته q_1 نیز می‌توانست حالت پذیرش باشد پس مجموعه حالات نهایی می‌توانست مجموعه $F = \{q_0, q_1, q_3, q_4\}$ نیز باشد.

9- گزینه (3) صحیح است.

ابتدا با 0^*1 به حالت پذیرش می‌رسیم. سپس با عبارات 00^*1 و 10 می‌توان رفت و برگشت به پذیرش را انجام داد. در نتیجه: $L(M) = L(0^*1(10+00^*1)^*)$ پس $L(M) = L_3$. باز طرفی:

$$(\alpha + \beta)^* = \alpha^* (\beta \alpha^*)^* = \beta^* (\alpha \beta^*)^*$$

با انتخاب $\alpha = 10$ و $\beta = 00^*1$ داریم: $(10+00^*1)^* = (10)^* (00^*1(10)^*)^* = L_1$ در نتیجه:

$$L(M) = L(0^*1(10+00^*1)^*) = L(0^*1(10)^* (00^*1(10)^*)^*) = L_1$$

تا اینجا دیدیم که: $L(M) = L_1 = L_3$. حالا به رشته‌های عضو $L_2 = L((0+1(10)^*0)^*1)$ توجه کنید. با مصرف هر کدام از بلوک‌های 0 و $1(10)^*$ از q_0 به q_0 برمی‌گردیم. سپس با مصرف 1 وارد q_1 می‌شویم. پس تمام رشته‌های عضو L_2 پذیرفته می‌شوند ($L_2 \subseteq L(M)$) اما L_2 با $L(M)$ برابر نیست زیرا رشته‌های عضو L_2 همگی به یک ختم می‌شوند اما رشته‌های عضو $L(M)$ لزوماً به یک ختم نمی‌شوند؛ پس ($L_2 \subseteq L(M), L_2 \neq L(M)$). در مورد L_4 نیز همین نتیجه گرفته می‌شود. جمع‌بندی: $L_4 \subseteq L(M), L_2 \subseteq L(M), L_1 = L_3 = L(M)$.

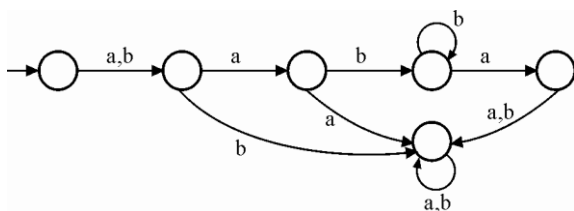
10- گزینه (4) صحیح است.

حالت اولیه، حالت پذیرش است پس ماشین، رشته λ را می‌پذیرد در حالی که λ توسط گزینه‌های ۲ و ۳ تولید نمی‌شود پس این گزینه‌ها رد می‌شوند. علاوه بر λ این ماشین ab^*a و b^*a را نیز می‌پذیرد. پس گزینه 4 جواب است.

11- گزینه (2) صحیح است.

عبارت $(a+b)ab^+a$ می‌تواند رشته‌های $aabba, baba$ را نیز تولید کند پس کافیست DFA پذیرنده زبان $(a+b)ab^+a$

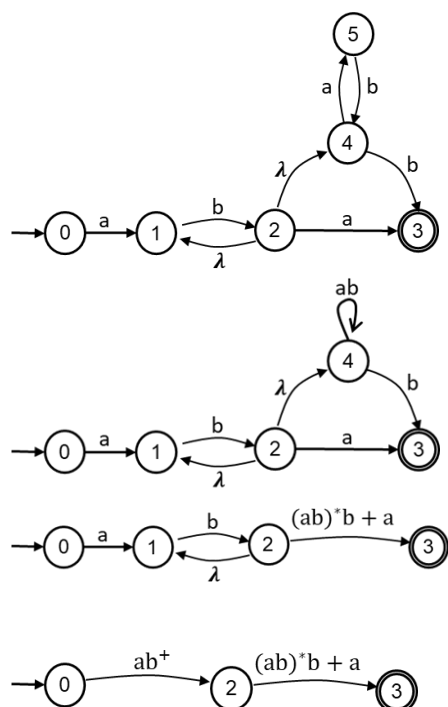
را بیابیم.



هیچ جفت از حالات ادغام‌پذیر نیستند و این ماشین کمینه است.

12- گزینه (2) صحیح است.

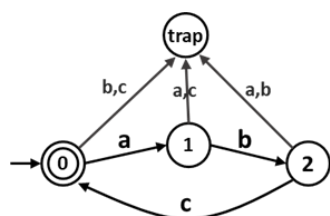
با حذف حالات میانی گراف انتقال تعمیم یافته را پیدا می‌کنیم:



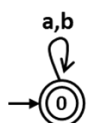
عبارت منظم معادل با ماشین برابر $ab^+((ab)^*b + a)$ است.

13- گزینه صحیح وجود ندارد.

(کلید اولیه گزینه 1 بوده اما طراح سوال به حالت تله توجه نکرده است.)



گرامر منظم $S \rightarrow abcS \mid \lambda$ ($k=2$). زبان تولید شده توسط آن $(abc)^*$ است. DFA کمینه پذیرنده آن را رسم کنیم. دارای 4 حالت است. یعنی $k+2$ حالت دارد. این ماشین، کمینه است پس هیچ DFA پذیرنده ای با کمتر از 4 حالت برای این زبان وجود ندارد.



گرامر منظم $S \rightarrow aS \mid bS \mid \lambda$ دارای یک متغیر و 3 قاعده تولید است ($k=3$). زبان تولید شده توسط آن $\{a,b\}^*$ است. DFA کمینه پذیرنده آن فقط دارای یک حالت است:

توجه: گزینه یک با تغییراتی می‌توانست صحیح باشد. گرامرهای منظم ممکن است خطی راست یا خطی چپ باشند. گرامرهای منظمی که از نوع خطی راست باشند و قواعد تولید آنها فقط به فرم های $A \rightarrow \lambda$, $A \rightarrow a$, $A \rightarrow aB$ باشند، گرامر منظم استاندارد می‌نامیم. برای هر گرامر منظم استاندارد G که k قاعده تولید داشته باشد یک DFA با حداکثر $k+2$ حالت وجود دارد که پذیرنده $L(G)$ است. در نتیجه DFA کمینه پذیرنده $L(G)$ حداکثر $k+2$ حالت دارد.

14- گزینه (3) صحیح است.

زبان عبارت منظم R و ماشین M هر دو با $L((a+b)b^*)$ معادلند پس $L(M) = L(R)$. رشته b توسط عبارت R و ماشین M پذیرفته می‌شود اما توسط گرامر G تولید نمی‌شود. بنابراین: $L(G) \neq L(M) = L(R)$.

15- گزینه (3) صحیح است.

رشته‌هایی که تعداد زوجی صفر دارند دو گروهند آنهایی که هیچ صفری ندارند: 1^* و آنهایی که تعداد زوج و مثبتی صفر دارند: $(1^*01^*01^*)^*$. بنابراین مجموعه تمام این رشته‌ها $1^* + (1^*01^*01^*)^*$ است. البته به این صورتها نیز نوشته می‌شود:

$$1^* + (1^*01^*01^*)^* = (1+01^*0)^* = (1^*01^*0)^*1^* = 1^*(01^*01^*)^*$$

16- گزینه (2) صحیح است.

مجموعه رشته‌های به طول سه برابر با $(0+1)(0+1)(0+1)$ است. بستر این مجموعه جواب است.

17- گزینه (3) صحیح است.

طبق لم آردن برای هر جفت عبارت منظم P و Q که $\lambda \notin L(P)$ ، معادله $X = Q + P.X$ دارای جواب یکتای $X = P^*.Q$ است به طور مشابه، معادله $X = Q + X.P$ دارای جواب یکتای $X = Q.P^*$ است. در این لم اگر به جای عبارات منظم، زبان های منظم را داشته باشیم علامت جمع به اجتماع تبدیل می‌شود. یعنی: اگر $\lambda \notin L_3$ معادله $L_1 = L_2 \cup L_3$ فقط برای $L_1 = L_3$ برقرار است.

18- گزینه (4) صحیح است.

این مساله هم کاربردی از لم آردن است. در معادله $X = A \cup XB$ ، اگر $\lambda \in B$ آنگاه برای هر زبان دلخواه $C \subseteq \Sigma^*$ $X = (A \cup C)B^*$ یکی از جواب‌های معادله است. اما اگر $\lambda \notin B$ ، آنگاه $X = AB^*$ تنها جواب معادله است (جواب یکتا). در این مساله λ عضو $B = \{\lambda, 1, 10\}$ است. بنابراین $X = AB^*$ تنها جواب معادله نیست؛ بلکه برای هر زبان دلخواه $C \subseteq \Sigma^*$ $X = (A \cup C)B^*$ یکی از جواب‌هاست.

19- گزینه (2) صحیح است.

زبان مورد پذیرش توسط این ماشین با عبارت منظم $(a^+b^+a + b^+a^+b)(a+b)^*$ معادل است. به بیان دیگر رشته‌هایی پذیرفته می‌شوند که هم زیررشته ab و هم زیررشته ba دارند.

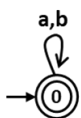
20- گزینه (2) صحیح است.

$$\left((0^*+1)10^*\right)^R = 0^*1(0^*+1) = 0^*1(1+0^*)$$

21- گزینه (1) صحیح است.

عبارت منظم $(b^* \cup b^*ab^* \cup b^*ab^*aa^* \cup (b^*ab^*aa^*)^*)^*$ شامل $(b \cup a \cup \dots)^*$ است.

پس $L = \{a, b\}^*$ است. DFA کمینه این زبان یک حالت دارد:



22- گزینه صحیح وجود ندارد.

$$G_2 : S \rightarrow bS | aSa | a$$

با جایگزینی قواعد $A \rightarrow Sa, C \rightarrow \varepsilon$ در سطر اول G_2 را ساده‌تر کنیم:

$$G_3 : S \rightarrow bS | aSa | a$$

به همین ترتیب:

پس G_2 و G_3 معادلند: $L(G_2) = L(G_3)$.

$$G_1 : S \rightarrow bS | a^2S | a$$

G_1 را ساده‌تر می‌نویسیم:

زبان $L(G_1)$ با عبارت $(a^2 + b)^* a$ معادل است و با دو گرامر دیگر معادل نیست. مثلاً aba^2 توسط G_1 تولید نمی‌شود.

$L(G_1)$ با $L(R)$ تفاوت دارد. رشته aaa عضو $L(G_1)$ است اما عضو $L(R)$ نیست.

23- گزینه (4) صحیح است.

(در آزمون مهندسی کامپیوتر 1402 (تست 3) تکرار شده است).

24- گزینه (4) صحیح است.

$$(8^n + 1)_2 = (2^{3n} + 1)_2$$

در مبنای دو: در مبنای 2^3 دارای 3 رقم صفر است: $(1000)_2$. به همین ترتیب 2^{3n} دارای $3n$ صفر است $(1\,000\,000 \dots 000)_2$

بنابراین $2^{3n} + 1$ به شکل $(1000\,000 \dots 001)_2$ است که با عبارت منظم $1(000)^*001$ یا $100(000)^*1$ قابل توصیف است. به ازای $n = 0$

نیز عدد 2 به صورت (10) نوشته می‌شود. عبارت منظم $100(000)^*1 + 10$ جواب است.

25- گزینه (1) صحیح است.

کوچکترین رشته‌هایی که توسط $11(0+10)^*$ تولید می‌شوند به ترتیب عبارتند از: 011, 0011, 01011

گزینه‌های 3 و 4 رشته 011 را تولید نمی‌کنند. گزینه 2 رشته 1 را تولید می‌کند پس گزینه 1 جواب است.

26- گزینه (4) صحیح است.

تمام رشته‌های پذیرفته شده توسط ماشین باید به 0 ختم شوند این ویژگی فقط در گزینه 4 تضمین شده است.

27- گزینه (3) صحیح است.

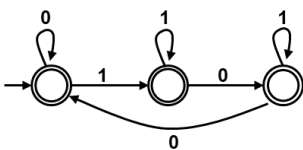
همه این عبارات منظم، با هم معادلند و هر کدام به شیوه خود مجموعه رشته‌های دارای حداقل یک a را نمایش داده‌اند.

28- گزینه صحیح وجود ندارد.

با توزیع روی پرانتز دوم خواهیم داشت:

$$(0+11^*01^*0)^*(\varepsilon+11^*(\varepsilon+01^*)) = (0+11^*01^*0)^* + (0+11^*01^*0)^*11^* + (0+11^*01^*0)^*(11^*01^*)$$

DFA معادل با این عبارت منظم به صورت زیر است:



اما هر سه حالت این ماشین ادغام‌پذیرند و DFA کمینه فقط یک حالت دارد.

29- گزینه (3) صحیح است.

رشته‌هایی که عضو L نیستند دو دسته‌اند: برخی به فرم $a^n b^m$ هستند اما $n = 3k$ است. برخی به فرم $a^n b^m$ نیستند یعنی حداقل یک زیررشته ba دارند:

$$L = \{a^n b^m \mid n \neq 3k, n, m \geq 0\} \Rightarrow \overline{L} = \{a^n b^m \mid n = 3k, n, m \geq 0\} \cup L((a+b)^* ba(a+b)^*)$$

پیروز و سربلند باشید.

پایان جلسه چهارم نکته و تست